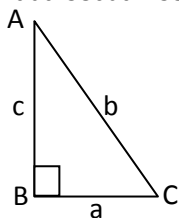


RANGKUMAN MATERI TRIGONOMETRI (SK 4)

A. Perbandingan Trigonometri

1. Perbandingan trigonometri dan teorema Pythagoras

Pada sebuah segitiga siku-siku berlaku:



Teorema Pythagoras: **"Sisi miring (terpanjang) kuadrat sama dengan jumlah kuadrat sisi siku-sikunya."**

Berarti pada gambar di samping berlaku: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

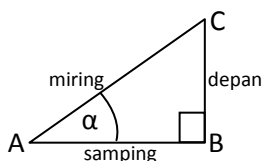
Atau :

$$b^2 = a^2 + c^2, \quad b = \sqrt{a^2 + c^2}$$

$$a^2 = b^2 - c^2, \quad a = \sqrt{b^2 - c^2}$$

$$c^2 = b^2 - a^2, \quad c = \sqrt{b^2 - a^2}$$

Selanjutnya pada segitiga siku-siku berlaku perbandingan trigonometri:



$$\text{➤ Sinus } \alpha = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi miring}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{➤ Cosinus } \alpha = \frac{\text{sisi di samping sudut}}{\text{sisi miring}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{➤ Tangen } \alpha = \frac{\text{sisi di depan sudut}}{\text{sisi di samping sudut}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\text{➤ Sin} = \frac{de}{mi}$$

$$\text{➤ Cos} = \frac{sa}{mi}$$

$$\text{➤ Tan} = \frac{de}{sa}$$

Perbandingan trigonometri yang lain yaitu:

$$\text{Cotangen } \alpha = \frac{1}{\text{Tangen } \alpha}$$

$$\text{Secan } \alpha = \frac{1}{\text{Cosinus } \alpha}$$

$$\text{Cosecan } \alpha = \frac{1}{\text{Sin } \alpha}$$

Rumus lain yang penting pada trigonometri adalah:

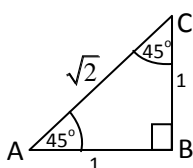
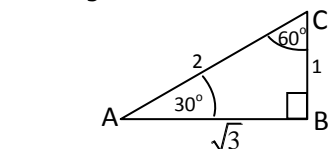
$$\text{Tangen } \alpha = \frac{\text{Sin } \alpha}{\text{Cos } \alpha}$$

$$\text{Cotangen } \alpha = \frac{\text{Cos } \alpha}{\text{Sin } \alpha}$$

$$\text{Sin}^2 \alpha + \text{Cos}^2 \alpha = 1$$

2. Nilai trigonometri sudut istimewa

Nilai trigonometri untuk sudut-sudut istimewa:

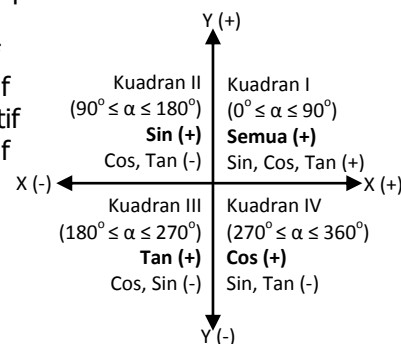


α	0°	30°	45°	60°	90°
Sin α	$\frac{1}{2}\sqrt{0} = 0$	$\frac{1}{2}\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{4} = 1$
Cos α	$\frac{1}{2}\sqrt{4} = 1$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{1} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{0} = 0$
Tan α	0	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$	~

3. Nilai trigonometri di berbagai kuadran

Untuk memahami nilai trigonometri di berbagai kuadran kita perlu memahami sistem koordinat kartesius.

- Kuadran I : daerah dengan nilai X positif dan Y positif
- Kuadran II : daerah dengan nilai X negatif dan Y positif
- Kuadran III : daerah dengan nilai X negatif dan Y negatif
- Kuadran IV : daerah dengan nilai X positif dan Y negatif



Untuk memudahkan mengingat nilai trigonometri,

Nilai yang Positif yaitu:

Semanis **S**inta **T**anpa **C**osmetik

I II III IV

4. Rumus Trigonometri untuk sudut yang berelasi

a. Nilai di Kuadran I (Semua +)

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	Contoh:	$\sin(90^\circ - 30^\circ) = \cos 30^\circ \rightarrow \sin 60^\circ = \cos 30^\circ$
$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$		$\cos(90^\circ - 45^\circ) = \sin 45^\circ \rightarrow \cos 45^\circ = \sin 45^\circ$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$		$\tan(90^\circ - 30^\circ) = \cot 30^\circ \rightarrow \tan 60^\circ = \cot 30^\circ$

b. Nilai di Kuadran II (Sin +)

$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	Contoh:	$\sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ \rightarrow \sin 150^\circ = \sin 30^\circ$
$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$		$\cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ \rightarrow \cos 135^\circ = -\cos 45^\circ$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$		$\tan(180^\circ - 60^\circ) = -\tan 60^\circ \rightarrow \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ$

c. Nilai di Kuadran III (Tan +)

$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	Contoh:	$\sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ \rightarrow \sin 210^\circ = -\sin 30^\circ$
$\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$		$\cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ \rightarrow \cos 225^\circ = -\cos 45^\circ$
$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$		$\tan(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ \rightarrow \tan 240^\circ = \tan 60^\circ$

d. Nilai di Kuadran IV (Cos +)

$\sin(360^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$	Contoh:	$\sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ \rightarrow \sin 330^\circ = -\sin 30^\circ$
$\cos(360^\circ - \alpha) = \cos \alpha$		$\cos(360^\circ - 45^\circ) = \cos 45^\circ \rightarrow \cos 315^\circ = \cos 45^\circ$
$\tan(360^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$		$\tan(360^\circ - 60^\circ) = -\tan 60^\circ \rightarrow \tan 300^\circ = -\tan 60^\circ$

e. Nilai untuk sudut > 360°

$\sin(k \cdot 360^\circ + \alpha) = \sin \alpha$	Contoh:	$\sin 500^\circ = \sin(1 \cdot 360^\circ + 140^\circ) \rightarrow \sin 500^\circ = \sin 140^\circ$
$\cos(k \cdot 360^\circ + \alpha) = \cos \alpha$		$\cos 745^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 25^\circ) \rightarrow \cos 745^\circ = \cos 25^\circ$
$\tan(k \cdot 180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$		$\tan 420^\circ = \tan(2 \cdot 180^\circ + 60^\circ) \rightarrow \tan 420^\circ = \tan 60^\circ$

B. Konversi Koordinat Kartesius dengan Koordinat Kutub (Polar)

1. Konversi Koordinat Kartesius ke Koordinat Polar

Jika diketahui titik dalam koordinat kartesius, sebagai contoh $A(x, y)$ maka jika dinyatakan dalam koordinat polar menjadi $A(r, \alpha)$ dengan:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{dan} \quad \tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$A(x, y) \longrightarrow A(r, \alpha)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{dan} \quad \tan \alpha = \frac{y}{x}$$

2. Konversi Koordinat Polar ke Koordinat Kartesius

Jika diketahui titik dalam koordinat kutub, sebagai contoh $A(r, \alpha)$ maka jika dinyatakan dalam koordinat polar menjadi $A(x, y)$.

$$A(r, \alpha) \longrightarrow A(x, y)$$

Dengan:

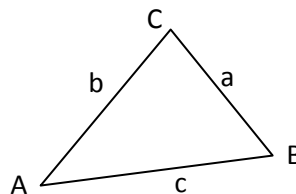
$$x = r \cdot \cos \alpha$$

$$y = r \cdot \sin \alpha$$

C. Aturan Sinus dan Cosinus

1. Aturan Sinus

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

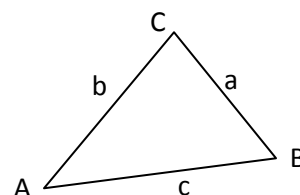


2. Aturan Cosinus

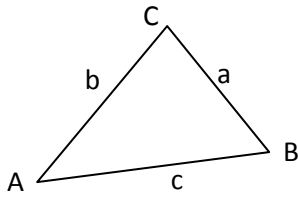
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A; \quad \text{---} \rightarrow \quad \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B; \quad \text{---} \rightarrow \quad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2 \cdot a \cdot c}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C; \quad \text{---} \rightarrow \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b}$$



D. Penerapan pada Luas Segitiga



$$\begin{aligned}\text{Luas } \Delta ABC &= \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin A \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot \sin B \\ &= \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin C\end{aligned}$$

E. Rumus Jumlah dan Selisih Dua Sudut

Jika diketahui dua sudut tertentu, maka kita bisa menentukan nilai trigonometri untuk jumlah dan selisih sudut yaitu:

$$\begin{aligned}\sin(A + B) &= \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B \\ \sin(A - B) &= \sin A \cdot \cos B - \cos A \cdot \sin B \\ \cos(A + B) &= \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B \\ \cos(A - B) &= \cos A \cdot \cos B + \sin A \cdot \sin B\end{aligned}$$

Rumus untuk sudut rangkap:

$$\begin{aligned}\sin(2A) &= 2 \cdot \sin A \cdot \cos A \\ \cos(2A) &= \cos^2 A - \sin^2 A = 2 \cdot \cos^2 A - 1 = 1 - 2 \cdot \sin^2 A \\ \tan(2A) &= \frac{2 \times \tan A}{1 - \tan^2 A}\end{aligned}$$

Pengembangan rumus jumlah dan selisih (PENGAYAAN):

$$\begin{aligned}2 \cdot \sin A \times \cos B &= \sin(A + B) + \sin(A - B) \\ 2 \cdot \cos A \times \sin B &= \sin(A + B) - \sin(A - B) \\ 2 \cdot \cos A \times \cos B &= \cos(A + B) + \cos(A - B) \\ -2 \cdot \sin A \times \sin B &= \cos(A + B) - \cos(A - B)\end{aligned}$$

Rumus Penjumlahan dan Pengurangan Sinus dan Cosinus:

$$\begin{aligned}\sin A + \sin B &= 2 \cdot \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \times \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \\ \sin A - \sin B &= 2 \cdot \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \times \sin\left(\frac{A-B}{2}\right) \\ \cos A + \cos B &= 2 \cdot \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) \times \cos\left(\frac{A-B}{2}\right) \\ \cos A - \cos B &= -2 \cdot \sin\left(\frac{A+B}{2}\right) \times \sin\left(\frac{A-B}{2}\right)\end{aligned}$$

F. Persamaan Trigonometri Sederhana

Untuk menentukan himpunan penyelesaian persamaan trigonometri sederhana dipakai rumus:

- Jika $\sin x = \sin \alpha$, maka : (i) $x = \alpha + k \cdot 360^\circ$
(ii) $x = (180 - \alpha) + k \cdot 360^\circ$
- Jika $\cos x = \cos \alpha$, maka : (i) $x = \alpha + k \cdot 360^\circ$
(ii) $x = -\alpha + k \cdot 360^\circ$
- Jika $\tan x = \tan \alpha$, maka : (i) $x = \alpha + k \cdot 180^\circ$
Dengan k adalah bilangan Bulat.

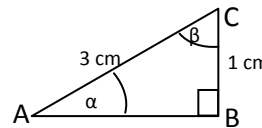
Soal Latihan:

1. Pada ΔABC siku-siku di B, serta panjang $AB = 5$ cm, $BC = 12$ cm, tentukan:

- a. Panjang BC c. Cos A e. Sin B
 b. Sin A d. Tan A f. Cos B

2. Perhatikan gambar segitiga berikut, lalu tentukan:

- a. Panjang AB d. Tan α
 b. Sin α e. Cos β
 c. Cos α f. Tan β



3. Tentukan nilai dari trigonometri berikut ini:

- a. Sin 150° c. Tan 300° e. Cos 330°
 b. Cos 135° d. Sin 225° f. Tan 120°
 4. Nyatakan bentuk trigonometri berikut dalam sudut lancip:
 a. Sin 250° c. Tan 165° e. Cos 348°
 b. Cos 325° d. Sin 296° f. Tan 156°

5. Diketahui nilai $\sin P = \frac{2}{5}$ dengan P adalah sudut lancip, tentukan:

- a. Cos P b. Tan P

6. Diketahui nilai $\cos A = -\frac{5}{8}$ dengan sudut A di kuadran III, tentukan:

- a. Sin A b. Tan A

7. Nilai dari : $\frac{\sin 150^\circ \times \tan 310^\circ \times \cos 120^\circ}{\cos 300^\circ \times \sin 210^\circ}$ adalah

8. Ubah koordinat titik berikut menjadi bentuk koordinat kutub:

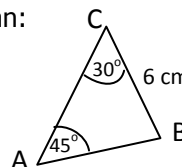
- a. A (4, -4) c. J $(-5\sqrt{2}, 5\sqrt{2})$ e. L $(-8, -8\sqrt{3})$
 b. U $(5, -5\sqrt{3})$ d. K $(-6\sqrt{3}, 6)$ f. M $(5, -5\sqrt{3})$

9. Ubah koordinat titik berikut menjadi bentuk koordinat kartesius:

- a. G $(4, 60^\circ)$ c. B $(8, 315^\circ)$ e. E $(5\sqrt{2}, 225^\circ)$
 b. H $(12, 210^\circ)$ d. C $(10, 150^\circ)$ f. Z $(8\sqrt{3}, 300^\circ)$

10. Jika diketahui segitiga seperti gambar di samping, tentukan:

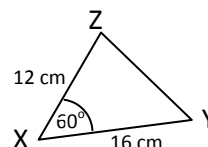
- a. Panjang AB
 b. Besar sudut B



11. Pada ΔPQR , dengan panjang $PQ = 8$ cm, $PR = 12$ cm, jika $\angle Q = 60^\circ$, tentukan nilai Sin R!

12. Sebuah segitiga memiliki ukuran seperti gambar di samping:
 Tentukan:

- a. Panjang YZ
 b. Luas ΔPQR
 c. Sin Y



13. Jika diketahui ΔKLM , dengan panjang $KL = 6$ cm, $LM = 12$ cm, dan $KM = 10$ cm, tentukan:

- a. Cos K b. Sin L c. Luas ΔKLM

14. Sebuah segitiga DEF, dengan panjang sisi $DE = 20$ cm, dan $EF = 24$ cm, jika besar sudut $E = 30^\circ$, berapakah luas segitiga tersebut?

15. Jika diketahui nilai $\sin A = \frac{3}{8}$ dengan A adalah sudut tumpul, tentukan:

- a. Cos A c. Tan A
 b. Sin 2A d. Cos 2A

16. Tentukan nilai trigonometri berikut tanpa kalkulator:

- a. Cos 75° c. Tan 105°
 b. Sin 15° d. Sin 255°

17. Diketahui $\sin A = \frac{3}{5}$, dan $\cos B = \frac{5}{13}$, dengan A adalah sudut tumpul dan B sudut lancip, tentukan nilai dari :
- $\sin(A + B)$
 - $\cos(A - B)$
 - $\tan(A + B)$
 - $\sin(A - B)$
18. Cari himpunan penyelesaian pada persamaan trigonometri berikut, untuk $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$
- $\cos x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
 - $\sin(2x - 18)^\circ = \frac{1}{2}$
 - $\tan 2x = -\frac{1}{3}\sqrt{3}$
 - $\sin(2x + 40)^\circ = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 - $\cos(x - 20)^\circ = -\frac{1}{2}$
 - $\sqrt{3} \times \tan 2x = -1$
 - $2 \cdot \sin 2x = \sqrt{3}$
 - $2 \cdot \cos(3x + 48)^\circ = -1$
19. Jika diketahui nilai $\sin A = -\frac{7}{25}$ dan $\tan B = -\frac{3}{4}$, dengan A sudut di kuadran III dan B sudut di kuadran IV, cari nilai dari:
- $\tan(A - B)$
 - $\sin(A + B)$
 - $\cos(A - B)$
20. Diketahui $\sin A = \frac{8}{17}$ dan $\tan B = \frac{12}{5}$, A sudut tumpul dan B sudut lancip. Nilai $\sin(A - B) = \dots$

SOAL – SOAL TRIGONOMETRI

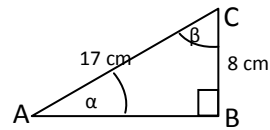
- Nilai dari $\sin 60^\circ$, dan $\cos 240^\circ$, berturut-turut adalah
 - $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ dan $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 - $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ dan $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ dan $-\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{2}$ dan $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 - $\frac{1}{2}$ dan $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
- Jika $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ dengan α sudut tumpul, maka nilai $\cos \alpha = \dots$
 - $-\frac{12}{13}$
 - $-\frac{5}{12}$
 - $\frac{5}{13}$
 - $\frac{5}{12}$
 - $\frac{12}{13}$
- Bentuk lancip dari $\cos 260^\circ$ adalah
 - $\cos 80^\circ$
 - $\cos 60^\circ$
 - $\cos 40^\circ$
 - $-\cos 60^\circ$
 - $-\cos 80^\circ$
- Jika sudut A di kuadran I serta nilai $\sin A = x$, maka nilai $\tan A = \dots$
 - $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$
 - $\frac{2x}{\sqrt{1-x^2}}$
 - $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}$
 - $\sqrt{1-x^2}$
 - $\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

5. Diketahui ΔABC dengan $AB = 18$ cm, dan $BC = 16$ cm, serta besar sudut B adalah 45° , maka luas ΔABC adalah ... cm^2 .

- a. 72
 b. $72\sqrt{2}$
 c. $72\sqrt{3}$
 d. $142\sqrt{2}$
 e. $142\sqrt{3}$

6. Pada segitiga ABC di samping, nilai dari $\sin \beta$ adalah

- a. $\frac{15}{17}$
 b. $\frac{13}{17}$
 c. $\frac{8}{17}$
 d. $\frac{8}{15}$
 e. $\frac{17}{15}$



7. Jika koordinat kutub titik B ($4, 135^\circ$), maka koordinat kartesius titik B adalah

- a. $B(-2, 2)$
 b. $B(-2\sqrt{2}, 2)$
 c. $B(-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$
 d. $B(-2\sqrt{2}, -2\sqrt{3})$
 e. $B(-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3})$

8. Titik P dalam koordinat kartesius yaitu $P(2, -2\sqrt{3})$, maka dalam koordinat kutub adalah

- a. $P(4, 60^\circ)$
 b. $P(4, 120^\circ)$
 c. $P(4, 240^\circ)$
 d. $P(4, 300^\circ)$
 e. $P(4, 330^\circ)$

9. Jika nilai $\sin A = \frac{3}{5}$, dan $\cos B = \frac{5}{13}$ serta sudut A dan B lancip, maka nilai $\sin(A + B)$ adalah

- a. $\frac{63}{65}$
 b. $\frac{56}{65}$
 c. $\frac{33}{65}$
 d. $-\frac{16}{65}$
 e. $-\frac{63}{65}$

10. Pada ΔABC dengan $AC = 10$ cm, $\angle B = 45^\circ$ dan $\angle A = 30^\circ$, maka panjang BC = ...?

- a. $\frac{5}{2}\sqrt{2}$
 b. $\frac{5}{2}\sqrt{6}$
 c. $5\sqrt{2}$
 d. $5\sqrt{6}$
 e. $10\sqrt{2}$

11. Nilai dari $\sin 15^\circ - \sin 75^\circ$ adalah

- a. $\frac{1}{2}\sqrt{6}$
 b. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 c. $-\frac{1}{2}\sqrt{6}$
 d. $-\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 e. $-\frac{1}{2}\sqrt{2}$

12. Luas segitiga jika diketahui panjang sisi-sisinya 7 cm, 5 cm, dan 4 cm adalah

- a. $4\sqrt{3}$ cm^2
 b. $6\sqrt{3}$ cm^2
 c. $4\sqrt{6}$ cm^2
 d. $5\sqrt{6}$ cm^2
 e. $6\sqrt{6}$ cm^2

22. Pada $\triangle ABC$, $\cos B = \frac{1}{7}$, $a = 7$ cm, $c = 5$ cm, dan $\angle A = 60^\circ$. Luas segitiga ABC adalah
- a. $20\sqrt{3}$
 - b. $18\sqrt{3}$
 - c. $15\sqrt{3}$
 - d. $12\sqrt{3}$
 - e. $10\sqrt{3}$
23. A dan B titik-titik ujung sebuah terowongan yang dilihat dari C dengan sudut $\angle ACB = 45^\circ$. Jika jarak $CB = p$ dan $CA = 2p\sqrt{2}$, maka panjang terowongan itu adalah
- a. $p\sqrt{5}$
 - b. $p\sqrt{17}$
 - c. $3p\sqrt{2}$
 - d. $4p$
 - e. $5p$
24. Bila $\sin \alpha = \frac{5}{13}$, $\cos \beta = \frac{4}{5}$ dengan sudut α dan β lancip, maka nilai dari $\tan \alpha + \beta$ adalah
- a. $\frac{61}{45}$
 - b. $\frac{45}{61}$
 - c. $\frac{56}{63}$
 - d. $\frac{56}{33}$
 - e. $\frac{33}{56}$
25. Nilai dari $\tan 75^\circ = \dots$
- a. $3 - \sqrt{2}$
 - b. $3 + \sqrt{2}$
 - c. $2 + \sqrt{3}$
 - d. 1
 - e. $2 - \sqrt{3}$

******Semangattlah Belajar******